Internationaler Klassenwettbewerb für die Stufen 9, 10 und 11
in Zusammenarbeit mit der Inspection Pédagogique Régionale und der IREM de Strasbourg

Mathematik Ohne Grenzen

Wettbewerb vom 10. Februar 2009

- **Für jede Aufgabe, auch für nicht gelöste, ist ein gesondertes Blatt mit der Bezeichnung von Schule und Klasse abzugeben.**
- **Die Lösungen der Aufgaben 1, 9, 10, 12 und 13 müssen begründet werden.**
- **Auch Teillösungen werden berücksichtigt.**
- **Die Sorgfalt der Darstellung wird mitbewertet.**

Mathématiques sans Frontières

Aufgabe 1
7 Punkte

Gute Vorsätze

Verfasst den Lösungstext in einer der vier Fremdsprachen im Umfang von mindestens 30 Wörtern.

Pierre doit lire un livre pendant ses vacances. Il calcule qu'il doit lire 30 pages par jour pour y parvenir.

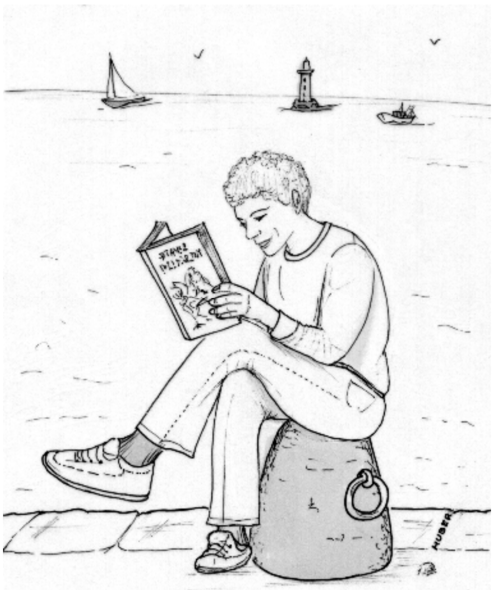
Les premiers jours des vacances, il ne respecte pas ce rythme ; il lit 15 pages par jour. Pierre se dit alors qu'il peut garder ce rythme jusqu'à la moitié du livre s'il lit la deuxième moitié à raison de 45 pages par jour.

Que penser de son raisonnement ? Expliquer.

Peter has to read a book during his holidays. He calculates that he must read 30 pages a day to succeed.

The first days of holidays, he doesn't respect the rhythm: he reads 15 pages a day. Anyway Peter thinks that he can keep this rhythm until he reaches half of the book, if he reads 45 pages of the second half every day.

What do you think of the way he reasons? Explain.



Piero deve leggere un libro durante le vacanze. Per riuscirci calcola di dover leggere 30 pagine al giorno.

Durante i primi giorni di vacanza non rispetta, però, questo ritmo; legge, infatti, solo 15 pagine al giorno. A questo punto, Piero considera di poter proseguire così fino alla metà del libro a patto di proseguire la lettura della seconda metà in ragione di 45 pagine al giorno.

Che pensare di questo ragionamento? Spiegar.

Pedro debe leer un libro durante sus vacaciones. Calcula que debe leer 30 páginas cada día para poder acabarlo.

Los primeros días de las vacaciones, no respeta este ritmo; lee 15 páginas por día. Pedro piensa entonces que puede seguir este ritmo hasta la mitad del libro si lee la segunda mitad a razón de 45 páginas por día.

¿Qué piensas de su razonamiento? Explicar.

Aufgabe 2
5 Punkte

Große Sprünge

Als Ersatz für seine abgenutzten Sieben-Meilen-Stiefel hat sich der Gestiefelte Kater ein neues Paar geleistet, noch wunderbarer als das alte. Mit diesen neuen Stiefeln kann er einfache Schritte und Superschritte machen.

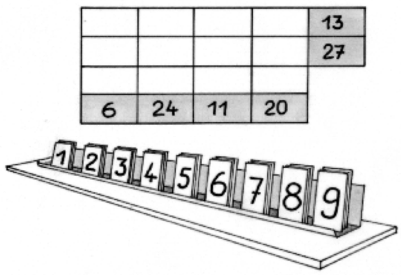
Mit einem einfachen Schritt kommt er sieben Meilen voran, aber mit einem Superschritt erreicht er das Siebenfache der Entfernung, die er seit Beginn seines Weges bereits zurückgelegt hat. Hat er zum Beispiel bereits 35 Meilen zurückgelegt, so ist er nach einem anschließenden Superschritt 245 Meilen von seinem Ausgangspunkt entfernt.

Eines Tages beschließt der Gestiefelte Kater, sich von Straßburg in die russische Stadt Kazan zu begeben.

Wie kann der Kater einfache Schritte und Superschritte kombinieren, um die genaue Entfernung von 700 Meilen mit möglichst wenig Schritten zu bewältigen?

Aufgabe 3
7 Punkte

Gut platziert

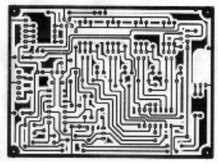


Die abgebildete Tabelle soll so ausgefüllt werden, dass die Summe der Zahlen in einer Zeile jeweils den in der rechten Spalte angegebenen Wert hat. Bei der Addition aller Zahlen einer Spalte sollen sich jeweils die in der letzten Zeile angegebenen Werte ergeben. Es sind nur natürliche Zahlen von 1 bis 9 erlaubt, die pro Zeile und pro Spalte höchstens einmal vorkommen dürfen.

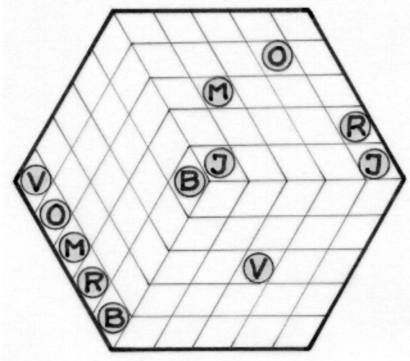
Findet alle Möglichkeiten!

Aufgabe 4
5 Punkte

Kreuzungsfrei



Eine Firma für elektronische Bauteile stellt Leiterplatten her. Dazu werden auf einer Platine aus isolierendem Kunststoff Bahnen aus leitendem Material aufgebracht.

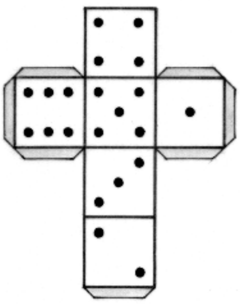


Die Abbildung zeigt das neue Modell einer Leiterplatte in Form eines Sechsecks. Die kreisförmigen Kontakte mit gleichen Buchstaben sollen durch je eine Leiterbahn miteinander verbunden werden. Der Verlauf der Bahnen ist durch ein rautenförmiges Raster vorgegeben. Jede Bahn führt über benachbarte Rauten mit einer gemeinsamen Seite. Damit sie sich nicht berühren, dürfen zwei verschiedene Bahnen nicht über dieselbe Raute führen.

Zeichnet das rautenförmige Raster in einem regelmäßigen Sechseck mit der Seitenlänge 5 cm. Markiert mit verschiedenen Farben den Verlauf der sechs Leiterbahnen.

Aufgabe 5
7 Punkte

Würfelgeheimnis

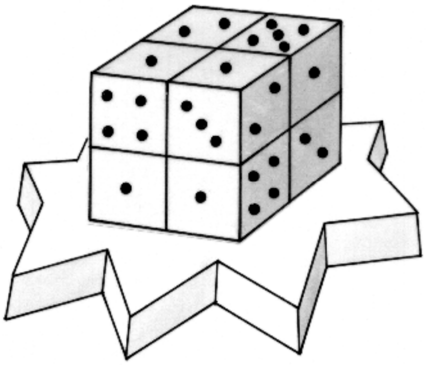


Aus acht gleichen Würfeln mit dem abgebildeten Netz wurde ein großer Würfel so zusammengesetzt, wie es in der rechten Abbildung zu sehen ist.

Mit Ausnahme der Unterseite erhält man auf jeder Seitenfläche des großen Würfels die Augensumme 9.

Welche Augensumme kann sich auf der Unterseite ergeben?

Stellt die verschiedenen Möglichkeiten für die Ansicht dieser Seite in einer Zeichnung dar.

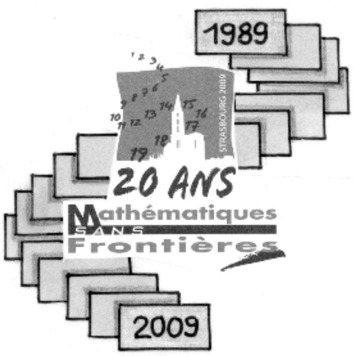


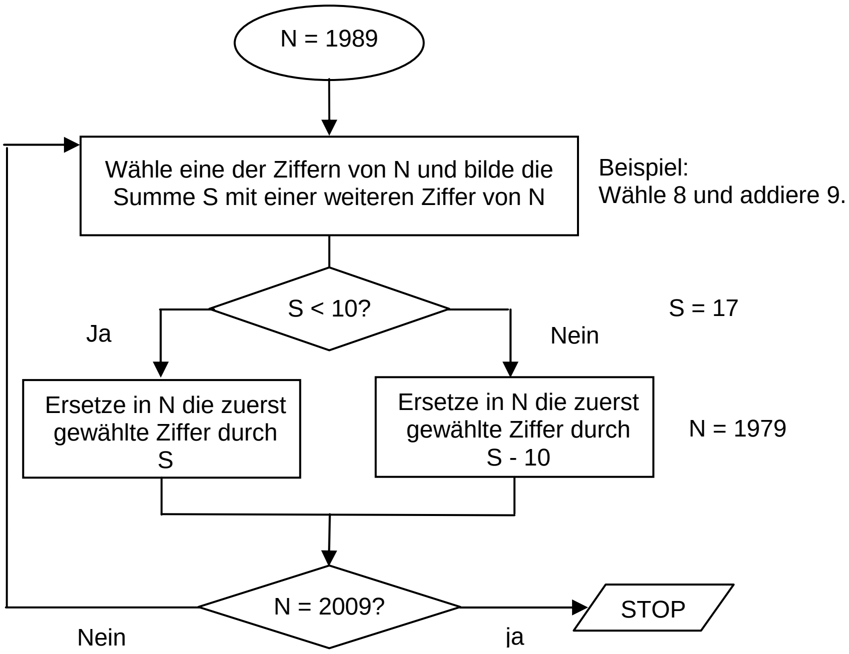
Aufgabe 6
5 Punkte

Schon 20 Jahre

Zum 20-jährigen Jubiläum des Wettbewerbs „Mathématiques sans frontières" hat sich Gérard einen Algorithmus ausgedacht, der die Zahl 1989 schrittweise in die Zahl 2009 überführt.

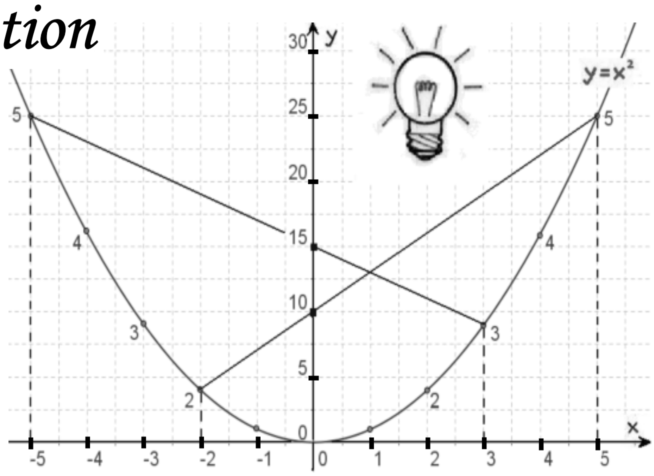
Gebt eine Zahlenfolge an, mit der man durch Gérards Algorithmus von der Zahl 1989 mit der geringsten Anzahl von Schritten zur Zahl 2009 gelangt.





Aufgabe 7
7 Punkte

Parabelmultiplikation



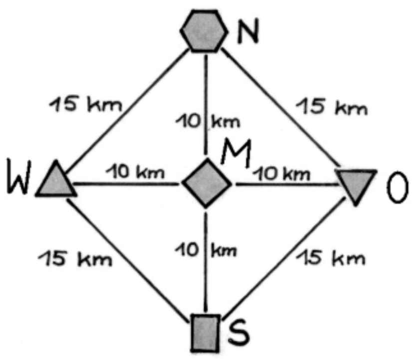
Die Abbildung zeigt die Parabel mit der Gleichung $y = x^2$. Es ist möglich, das Ergebnis einer Multiplikation durch Verbinden geeigneter Kurvenpunkte im Schaubild abzulesen.

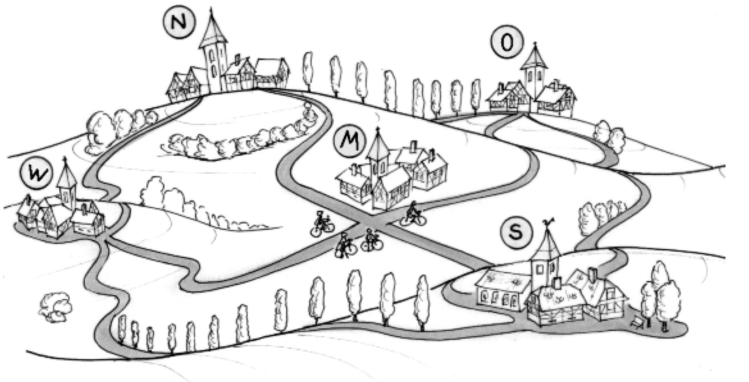
Zeichnet die Parabel mit der Gleichung $y = x^2$ mit $-9 \leq x \leq 9$ in ein kartesisches Koordinatensystem. Ein Zentimeter soll einer Einheit auf der x-Achse und fünf Einheiten auf der y-Achse entsprechen.

Zeigt durch Verbinden geeigneter Kurvenpunkte, wie der Wert des Produkts $4{,}5 \cdot 7{,}5$ und der Wert des Quotienten $52 : 8{,}5$ im Schaubild abgelesen werden kann. Die Konstruktionslinien sollen in der Zeichnung erkennbar sein.

Aufgabe 8
5 Punkte

Kurz, kürzer, am kürzesten



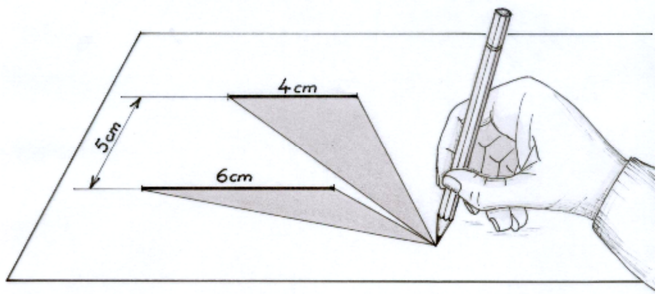


Der Vorstand des Radfahrvereins Mittelstadt möchte ein Radrennen organisieren, das durch die Orte Nordstadt, Südhausen, Ostdorf und Westheim führen soll. Start und Ziel des Rennens soll in Mittelstadt sein. Die Route soll mindestens einmal über jeden der eingezeichneten Streckenabschnitte verlaufen und insgesamt möglichst kurz sein.

Gebt eine mögliche Route und deren Gesamtlänge an.

Aufgabe 9
7 Punkte

Flächengleich



Die Strecke AB ist 4 cm und die Strecke CD 6 cm lang. Die Strecken sind parallel, ihr Abstand beträgt 5 cm.

Gesucht ist die Menge der Punkte M, für welche sich beim Verbinden mit den Endpunkten von AB und CD jeweils zwei flächengleiche Dreiecke ergeben würden.

Zeichnet die beiden Strecken und markiert farbig die Lage der gesuchten Punkte. Begründet die Konstruktion.

Aufgabe 10
10 Punkte

Cut and paste

Camilla stellt ein Papierband von 4 m Länge und 1 cm Breite her. Dazu zerschneidet sie ein rechteckiges Blatt in gleich lange rechteckige Streifen.

Das Blatt ist kleiner als das Format A4 (21 cm × 29,7 cm) und hat in der Einheit Zentimeter ganzzahlige Seitenlängen. Die Streifen sind 1 cm breit und so lang wie eine Seite des Blattes.

Camilla klebt die Streifen so zusammen, dass sie sich an den Klebestellen jeweils 1cm überlappen.

Findet heraus, welche Abmessungen das Blatt haben kann. Gebt alle Möglichkeiten an und erklärt, wie ihr zu euren Ergebnissen gekommen seid.

Klassenstufe 10 (G8) und 11(G9)

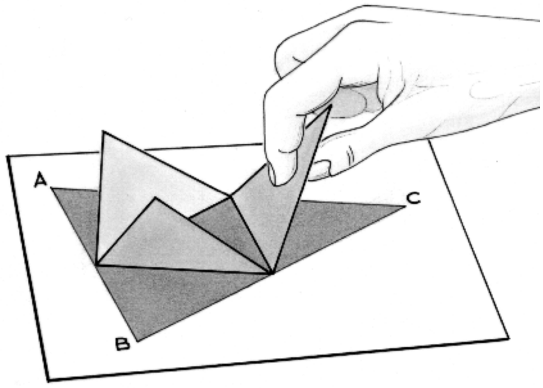
Aufgabe 11
5 Punkte

Hochgeklappt

Aus einem beliebigen spitzwinkligen Dreieck ABC lässt sich sehr einfach ein Tetraeder herstellen. Es genügt, die Seitenmitten des Dreiecks durch Strecken zu verbinden. Werden die an das Mittendreieck angrenzenden Dreiecke, wie in der Abbildung zu sehen, nach oben geklappt, so treffen sich die Ecken des Ausgangsdreiecks in der Spitze S eines Tetraeders. Dieses Tetraeder muss nicht regelmäßig sein, aber seine Seitenflächen sind kongruent.

Von der Spitze S soll das Lot auf die Standfläche gefällt werden. Dazu sucht man die Lage des Lotfußpunktes F auf der Standfläche. Faltet man das Tetraeder wieder auf, so wird deutlich, dass F im Inneren des Ausgangsdreiecks ABC liegt.

Welchen Punkt stellt der Punkt F bezüglich des Dreiecks ABC dar?



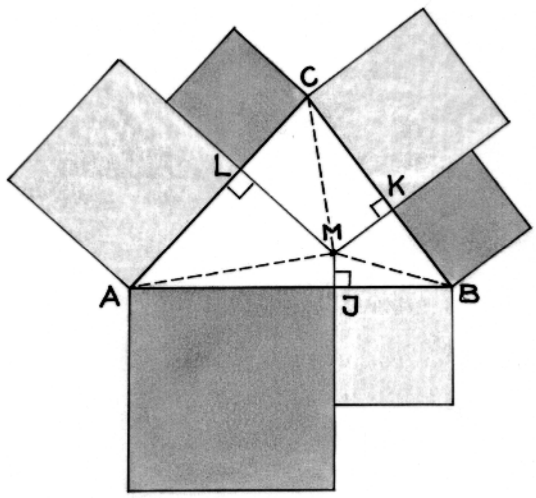
Aufgabe 12
7 Punkte

Hell und dunkel

M ist ein Punkt im Inneren eines spitzwinkligen Dreiecks ABC. Von M aus zerlegt man das Dreieck ABC in sechs rechtwinklige Dreiecke. Dabei erhält man die Punkte J, K und L, mit deren Hilfe man die in der Zeichnung dargestellten Quadrate konstruiert.

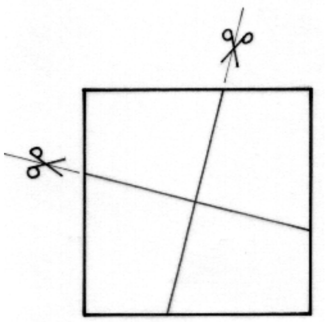
Vergleicht, ohne zu messen, die Flächeninhaltssumme der hellen Quadrate mit der Flächeninhaltssumme der dunklen Quadrate.

Begründet das Ergebnis.



Aufgabe 13
10 Punkte

Loch im Quadrat



Durch zwei zueinander orthogonale Geraden wird ein Quadrat in vier kongruente Teile zerlegt. Diese vier Teile lassen sich zu einem größeren Quadrat zusammenfügen, wobei sich in der Mitte ein leeres Quadrat ergibt.

Führt eine solche Zerlegung mit einem Quadrat der Seitenlänge 8 cm so durch, dass die fünf Teilflächen des größeren Quadrats jeweils denselben Inhalt haben. Begründet diese Zerlegung.

Klebt das große Quadrat auf das Antwortblatt.